

Visualiseren tijdens het oplossen van talige rekenopgaven

Het is geen rekenles,

we leren

TEKENEEN!

Moeilijkheden van leerlingen met het oplossen van talige rekenopgaven worden veelvuldig herkend door onderzoekers, maar ook door leerkrachten en remedial teachers in het basisonderwijs. Rekeninstructie-programma's die deze problematiek daadwerkelijk aanpakken zijn echter nog schaars. Uit het promotieonderzoek van Anton Boonen aan VU Amsterdam en Hogeschool Windesheim Zwolle blijkt dat door gebruik te maken van visuele representaties zoals een tekening of diagram, het begripsproces van een talige rekenopgave wordt vergemakkelijkt. Wel moet er zorgvuldig gekeken worden hoe zo'n presentatie moet worden geconstrueerd.

Tekst: Anton Boonen

WEEGSCHAAL-PROBLEEM

Aan één kant van een weegschaal staan 3 potjes jam en een gewicht van 100 gram. Aan de andere kant van de weegschaal staat een gewicht van 200 gram en een gewicht van 500 gram. De weegschaal is in evenwicht. Wat is het gewicht van 1 potje jam?

In het hedendaagse rekenonderwijs zijn rekenopgaven verpakt in een talige context. Talige rekenopgaven zoals het weegschaalprobleem hierboven vragen veel van het probleemoplossend vermogen van leerlingen. Voordat er gerekend kan worden, is een grondig begrip en nauwgezette analyse van de tekst belangrijk om tot de juiste rekenkundige operatie te komen.

HET OPLOSSINGSPROCES & DE ROL VAN VISUALISEREN

Als we kijken naar het oplossingsproces van talige rekenopgaven dan verloopt dat proces grofweg in twee fasen: (1) de begrips/representatie fase en (2) de uitrekenfase. In de *begrips/representatiefase* staat het lezen en diepgaand begrijpen van de tekst centraal. Het is belangrijk dat leerlingen de oplossingsrelevante numerieke en talige informatie van de opgavetekst identificeren, en vervolgens in staat zijn om deze oplossingsrelevante informatie aan elkaar te verbinden in een coherent en compleet beeld. Dit beeld vormt als het ware een visuele weergave van de probleemstructuur van de talige rekenopgave.

In de *uitrekenfase* staat het bepalen en uitvoeren van de rekenkundige operatie centraal; de oplossing van het reken-

Aan het begin van een rechte weg plant een man aan beide kanten een boom. Vervolgens plant hij langs deze weg aan beide kanten om de 5 meter een nieuwe boom. De weg is 15 meter lang. Hoeveel bomen worden er geplant?



kundig vraagstuk dat verscholen zit in de opgavetekst wordt berekend. Fouten tijdens het oplossen van talige rekenopgaven worden door leerlingen in heel veel gevallen gemaakt tijdens de eerste begrips/representatie, ofwel de fase van het oplossingsproces. Wanneer de leerlingen talige rekenopgaven als een kant-en-klare som voorgelegd zouden krijgen, zou een deel van hen de opgaven namelijk wel kunnen oplossen.

Een veelvoorkomende strategie om het begripsproces van een talig rekenopgave te vergemakkelijken is door gebruik te maken van visuele representaties zoals een 'tekening' of 'diagram'. Tijdens het maken van een visuele representatie moet echter heel zorgvuldig gekeken worden naar de manier waarop een dergelijke representatie moet worden geconstrueerd. Zoals hierboven al aangestipt, moet de visuele representatie namelijk de probleemstructuur verhelderen en de correcte numerieke en talige relaties tussen de elementen van de rekenopgaven bevatten. Dit type representatie wordt een *visueel-schematische representatie* genoemd. Het is belangrijk te weten dat dit type representatie de vorm kan hebben van bestaande modellen zoals een strookmodel, een cirkeldiagram of een getallenlijn, maar ook zelfontwikkelde constructies kan bevatten. Voorbeelden van correcte

Tabel 1. Voorbeelden van type visuele representaties voor het weegschaal-probleem

(a) Correct visueel-schematisch: strookmodel							
(b) Correct visueel-schematisch: eigen constructie							
(c) Incorrect visueel-schematisch: strookmodel							
(d) Incorrect visueel-schematisch: eigen constructie							
(e) Picturaal	(f) Rekenkundig: Verhoudingstabel						
	<table border="1"> <tr> <td>Aantal potten</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Gewicht (g)</td> <td>600</td> <td>200</td> </tr> </table>	Aantal potten	3	1	Gewicht (g)	600	200
Aantal potten	3	1					
Gewicht (g)	600	200					

visueel-schematische afbeeldingen voor het weegschaalprobleem dat bovenaan dit artikel is geschetst zijn te vinden in Tabel 1 (afbeelding a) & (afbeelding b) in de linkerkolom. Uit onderzoek blijkt dat dit type representatie de kans op het succesvol oplossen van de talige rekenopgaven bijna zes keer vergroot. Het strookmodel (Tabel 1 afbeelding a) geeft namelijk de probleemstructuur helder weer en laat zien hoe de verschillende numerieke waarden zich tot elkaar verhouden. Het gevolg hiervan is dat de complexiteit van de rekenopgave wordt gereduceerd en het makkelijker is om de rekenkundige operatie uit de tekst te destilleren. Dat het heel nauw komt dat visuele representaties schematisch worden weergegeven, blijkt uit twee andere, in het onderwijs veel gebruikte typen representaties, namelijk *picturale representaties* en *rekenkundige representaties*. Bij een picturale representatie wordt slecht één element van de opgavetekst gevisualiseerd (een persoon of object), zonder rekening te houden met de relaties tussen verschillende tekstelement (zie Tabel 1 afbeelding e). Dit type visuele representatie zal de kans op het succesvol oplossen van de talige rekenopgave eerder verkleinen dan vergroten. Rekenkundige representaties, aan de andere kant, worden veelvuldig aangeboden in rekenmethoden en tijdens rekeninstructies. Het kenmerk van deze representaties is echter dat zij ondersteuning bieden in de uitrekenfase, maar niet het begrip van de tekst vergemakkelijken. Een verhoudingstabel, een veelvuldig gebruikte rekenkundige representatie, faciliteert het berekenen van de rekenkundige operatie, maar structureert de opgavetekst niet. Wanneer de opgavetekst niet goed geanalyseerd en begrepen is, zal het gebruik van een verhoudingstabel dus niet leiden tot het goede antwoord op de rekenopgave (zie Tabel 1 afbeelding f). Het is dus bij visuele representaties tijdens het oplossen van talige rekenopgave van belang dat de juiste visueel-schematische representaties gebruikt worden. Omdat dit nog niet een vast onderdeel van het rekencurriculum is, is het zaak om in eerste instantie leerkrachten en r'ters bewust te maken van het belang van dergelijke representaties. Het is de vraag in hoeverre leerkrachten de juiste kennis bevatten om dit type representaties op een juiste wijze en op het juiste moment in te zetten. Zijn leerkrachten en r'ters in staat om de correcte visueel-schematische representaties op een juiste manier op te bouwen en te ontwikkelen? Of zijn de visueel-schematische representaties wel visueel-schematisch maar bevatten ze incomplete of incorrecte relaties (zie Tabel 1 afbeelding c en afbeelding d)?

Aan de ene kant van een weegschaal ligt een gewicht van 1 kg en een halve baksteen. Aan de andere kant ligt een hele baksteen. De weegschaal is in balans. Wat is het gewicht van de baksteen?



ACHTERGROND

In het onderzoek werd specifiek gelet op drie elementen: (1) de aandacht die gegeven werd aan de productie van visueel-schematische representaties (de tijd en het moment waarop aandacht werd besteed aan het maken van visuele representaties), (2) de karaktereigenschappen van visuele representaties die gebruikt werden (type [picturaal, rekenkundig, visueel-schematisch], soort [strookmodel, cirkeldiagram, getallenlijn, verhoudingstabel, eigen productie], diversiteit in gebruik van representaties [variatie in gebruik van representaties] en de flexibiliteit in gebruik [in hoeverre er meerdere representaties werden gebruikt om een opgave op te lossen]), en (3) de kwaliteit (transparantie, volledigheid, correctheid) van het constructieproces en de uiteindelijke visuele representatie (functionaliteit, correctheid, volledigheid). De resultaten van het onderzoek lieten zien dat ondanks dat de focus van de instructie lag op het maken van visueel-schematische representaties, het merendeel van de leerkrachten meer tijd besteedde aan de andere onderdelen van het oplossingsproces. Aan met name het begrijpen van de opgavetekst

DE PRODUCTIE VAN VISUEEL-SCHEMATISCHE REPRESENTATIES

Uit één van de deelonderzoeken van het promotieonderzoek, uitgevoerd bij acht leerkrachten uit de bovenbouw van vier reguliere basisscholen blijkt dat leerkrachten het maken van visueel-schematische representaties nog erg lastig vinden. De productie van dit type visuele representaties werd ingebed in een vier weken durende instructieperiode. De leerlingen van de acht leerkrachten ontvingen in deze periode acht lessen waarin de instructie die in Tabel 2 is weergegeven centraal stond.

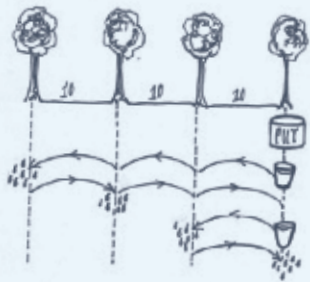
Oplossingsfase	Stap	Inhoud
BEGRIPS/REPRESENTATIE FASE: Begrijpen van de tekst	STAP 1. LEES de opgave zorgvuldig volledig door.	Iedere zin van de tekst wordt bestudeerd voor een beter begrip. Niet alleen cijfers en sleutelwoordjes worden gezocht zoals meer dan, keer zoveel, evenveel, etc'.
BEGRIPS/REPRESENTATIE FASE: begrijpen van de tekst, identificeren van oplossingsrelevante elementen, identificeren relaties	STAP 2. Het BEGRIJPEN van de tekst: - Vertel in eigen woorden - Stel de situatie voor in het hoofd - Onderstreep de belangrijke informatie - Bepaal wat gevraagd wordt.	Een dieper begrip van de tekst wordt gestimuleerd door de opeenvolging van vier substappen. De tekst wordt geparafraseerd (in eigen woorden verteld), de beschreven situatie wordt in het hoofd voorgesteld, de oplossingsrelevante informatie wordt onderstreept, en de oplossers vraagt zichzelf af wat er gevraagd wordt.
BEGRIPS/REPRESENTATIE FASE: Representeren probleemstructuur	STAP 3. VISUALISEER de probleemstructuur: - Maak een tekening van de probleemsituatie.	Een correcte visueel-schematische representatie van de tekst wordt gemaakt. Deze representatie bevat een correct en compleet beeld van de relaties tussen numerieke en linguïstische oplossingsrelevante elementen van de tekst.
UITREKENFASE: Bepalen rekenkundige operaties	STAP 4. Maak een oplossingsplan: - Wat voor soort probleem is het? (+, -, x, :) - Wat moet berekend worden?	Het aantal uitrekenstappen en het type operatie (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en/of delen) wordt op basis van de visueel-schematische representaties bepaald. De uit te voeren rekenkundige operatie wordt genoteerd.
UITREKENFASE: Uitvoeren rekenkundige operaties	STAP 5. Voer de REKENKUNDIGE operatie uit.	De rekenkundige operatie wordt uitgevoerd.
	STAP 6. CONTROLEER het antwoord.	De berekening wordt gecontroleerd en er wordt gekeken of de uitkomst een plausibel antwoord is op de vraag die gesteld werd.

Tabel 2 Oplossingsstappen talige rekenopgaven

‘Visuele representatie moet de probleemstructuur verhelderen en de correcte numerieke en talige relaties tussen de elementen van de rekenopgaven bevatten’

(stap 2 van de instructie) en het berekenen van de rekenkundige operatie (stap 5 van de instructie) werd relatief veel aandacht besteed. Vervolgens bleek dat in veel gevallen naast visueel-schematische representaties ook picturale en rekenkundige operaties door leerkrachten geconstrueerd werden. Leerkrachten leken zich daarbij nog niet altijd bewust van de functie van de verschillende type visuele representaties. Bovendien was de diversiteit in het gebruik van verschillende soorten representaties laag en werd er vaak slechts één soort visuele representatie per rekenopgave geconstrueerd. Dat kan tot problemen leiden wanneer een leerling bij het maken

Vier boompjes worden 10 meter achter elkaar in de grond gezet. Een put wordt precies naast de laatste boom geplaatst. Eén emmer water is nodig om twee bomen water te geven. Hoe ver moet een tuinman in totaal lopen om de vier bomen water te geven als hij maar één emmer heeft, start bij de put en de emmer na het water geven weer bij de put terugzet?



*Vanaf de start van zijn promotie-onderzoek werkt Anton Boonen als pabodocent bij Hogeschool Windesheim. In maart van dit jaar promoveerde hij op de dissertatie met de titel **Comprehend, Visualize & Calculate: Solving mathematical word problems in contemporary math education.***

Aan één kant van een weegschaal staan 3 potjes jam en een gewicht van 100 gram. Aan de andere kant van de weegschaal staat een gewicht van 200 gram en een gewicht van 500 gram. De weegschaal is in evenwicht. Wat is het gewicht van 1 potje jam?



van een rekenopgave een getallenlijn bijvoorbeeld preferert boven een strookmodel. Wanneer het tenslotte de kwaliteit van het constructieproces en het uiteindelijke product betrof, bleek dat de visuele representaties over het algemeen op een correcte wijze stap voor stap werden opgebouwd, maar dat de representaties niet altijd volledig passend waren bij de specifieke rekenopgave; een cirkeldiagram is bijvoorbeeld voor een rekenopgave dat het rekenen met percentages bevat een beter alternatief dan de constructie van een strookmodel.

DE FOCUS OP VISUELE REPRESENTATIES IN DE ONDERWIJSPRAKTIJK

Bovenstaande bevindingen laten zien dat het gebruik van visueel-schematische representaties om het oplossingsproces van talige rekenopgaven te vergemakkelijken meer aandacht nodig heeft in het huidige rekenonderwijs. Het is wenselijk dat zowel leerkrachten als remedial teachers volledige kennis van het correct gebruik van visueel-schematische representaties krijgen. Onderwijskundigen hebben een breed repertoire aan verschillende typen en soorten representaties nodig, en moeten goed op de hoogte zijn van het moment wanneer ze gebruikt kunnen worden. Het moeten representaties zijn die bovendien passend zijn bij de kenmerken van de rekenopgave en tevens aansluiten bij de onderwijsbehoeften van een individuele leerling. Tenslotte moet een gevarieerd en flexibel gebruik van visuele representaties door leerkrachten en remedial teachers worden gestimuleerd. Daarom moet het in mijn ogen bij lerarenopleidingen en leerkrachtprofessionaliseringstrajecten een belangrijke plaats binnen het curriculum krijgen.

Dit artikel is gebaseerd op het wetenschappelijke artikel ‘It’s not a math lesson – we’re learning to draw: Teachers’ use of visual representations in instructing word problem solving in sixth grade of elementary school (A. Boonen, H. Reed, J. Schoonenboom, & J. Jolles).

Correspondentieadres
a.j.h.boonen@vu.nl/a.boonen@windesheim.nl